

## 14. Mathematik – Hinweise zur schriftlichen Abiturprüfung 2023

### A. Allgemeine fachbezogene Hinweise

Grundlage für die schriftliche Abiturprüfung 2023 in Niedersachsen sind die Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife (BS, 2012) und das Kerncurriculum Mathematik für das Gymnasium – gymnasiale Oberstufe, die Gesamtschule – gymnasiale Oberstufe, das Berufliche Gymnasium, das Abendgymnasium und das Kolleg (KC, 2018).

Die im Sekundarbereich I und in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen sind unverzichtbare Grundlage für die Arbeit im Sekundarbereich II. Sie werden dort beständig vertieft und erweitert und können damit auch Gegenstand der Abiturprüfung sein.

In Jahrgang 10 und in der Einführungsphase kann es pandemiebedingt zu Lernrückständen gekommen sein. Für diesen Jahrgang ist deshalb für jeden Kurs zu dokumentieren, welche Inhalte bzw. Kompetenzen in der Einführungsphase nicht bzw. nur teilweise behandelt wurden. Dies ist dann in der Qualifikationsphase zu berücksichtigen.

Beim Nachweis der fachlichen Kompetenzen kommt den Inhalten aus den drei Sachgebieten

- Analysis,
- Stochastik,
- Analytische Geometrie/Lineare Algebra

besondere Bedeutung zu.

Der Linearen Algebra kommt nur noch im Beruflichen Gymnasium besondere Bedeutung zu, falls dort der berufsbezogene Schwerpunkt „Wirtschaft“ gewählt wurde.

### B. Spezielle fachbezogene Hinweise

Die Prüfungsaufgaben des Pflichtteils sowie des Wahlteils beziehen sich auf die im Kerncurriculum und in den Bildungsstandards festgelegten inhaltsbezogenen Kompetenzen.

Für **Gymnasien, Gesamtschulen, Abendgymnasien, die Kollegs, die Freien Waldorfschulen und die Nichtschülerprüfung** werden die inhaltsbezogenen Kompetenzen des Kerncurriculums in den Abschnitten 3.2.1 und 3.2.2.1 vorausgesetzt, **sofern im Folgenden keine anderslautenden Aussagen getroffen werden.**

Für das **erhöhte Anforderungsniveau** gilt:

Folgende inhaltsbezogene Kompetenzen werden für die Abiturprüfung **nicht** erwartet:

<p><b>Leitidee: Algorithmus und Zahl</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Erläutern den GAUSS-Algorithmus als ein Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme und wenden ihn an<sup>1</sup></li> </ul>
<p><b>Leitidee: Messen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Bestimmen uneigentliche Integrale als Grenzwert sowohl von Beständen als auch von Flächeninhalten</li> </ul>
<p><b>Leitidee: Raum und Form</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Beschreiben die Projektion vom Raum in die Ebene mit Matrizen etwa der Form <math>\begin{pmatrix} a &amp; 1 &amp; 0 \\ b &amp; 0 &amp; 1 \end{pmatrix}</math> und berechnen damit Punktkoordinaten für Schrägbilder</li> </ul>
<p><b>Leitidee: funktionaler Zusammenhang</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretieren und bestimmen uneigentliche Integrale als Grenzwerte</li> </ul>
<p><b>Leitidee: Daten und Zufall</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Verwenden Simulationen zur Untersuchung stochastischer Situationen</li> <li>• Unterscheiden zwischen kausaler und stochastischer Unabhängigkeit</li> <li>• Verwenden Simulationen zur Untersuchung stochastischer Situationen, die sich annähernd durch die Normalverteilung beschreiben lassen</li> </ul>

<sup>1</sup> Es ist zu beachten, dass die ebenfalls im Kerncurriculum aufgeführte Kompetenz „Lösen lineare Gleichungssysteme mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge“ sehr wohl in der Abiturprüfung erwartet wird.

Für das **grundlegende** Anforderungsniveau gilt:

Die folgenden sich aus den Funktionen des Sekundarbereichs I und der Einführungsphase ergebenden Funktionsklassen sind **nicht** Gegenstand der Abiturprüfung im grundlegenden Anforderungsniveau:  $\sqrt{x}$ ,  $\frac{1}{x^n}$  ( $x \neq 0, n \in \mathbb{N}$ )

Folgende inhaltsbezogene Kompetenzen werden für die Abiturprüfung **nicht** erwartet:

<b>Leitidee: Algorithmus und Zahl</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Erläutern ein algorithmisierbares Verfahren zur Lösung von linearen Gleichungssystemen und wenden es an<sup>2</sup></li> </ul>
<b>Leitidee: Raum und Form</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Deuten das Skalarprodukt geometrisch als Ergebnis einer Projektion</li> </ul>
<b>Leitidee: funktionaler Zusammenhang</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Verwenden für <math>a \neq e</math> die Ableitungsfunktion der Exponentialfunktionen <math>g</math> mit <math>g(x) = a^x</math></li> </ul>
<b>Leitidee: Daten und Zufall</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Verwenden Simulationen zur Untersuchung stochastischer Situationen</li> </ul>

Für **Berufliche Gymnasien** werden die inhaltsbezogenen Kompetenzen des Kerncurriculums in den Abschnitten 3.2.1 und 3.2.2.2 mit den zugehörigen Lernbereichen vorausgesetzt, **sofern im Folgenden keine anderslautenden Aussagen getroffen werden.**

Für den im Mathematikunterricht gewählten berufsbezogenen Schwerpunkt Wirtschaft wird auf Aufgabenstellungen aus dem Sachgebiet Analytische Geometrie verzichtet. Für den berufsbezogenen Schwerpunkt Technik wird auf Aufgabenstellungen aus dem Sachgebiet Lineare Algebra verzichtet.

Für das **erhöhte Anforderungsniveau** werden folgende inhaltsbezogene Kompetenzen für die Abiturprüfung **nicht** erwartet:

<b>Leitidee: Messen</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Bestimmen Volumen von Körpern, die durch Rotation von Graphen um die <math>x</math>-Achse entstehen. (nur Schwerpunkt Wirtschaft)</li> </ul>
<b>Leitidee: Raum und Form</b> (Schwerpunkt Technik)
<ul style="list-style-type: none"> <li>Deuten das Skalarprodukt geometrisch als Ergebnis einer Projektion</li> <li>Beschreiben die Projektion vom Raum in die Ebene mit Matrizen etwa der Form <math>\begin{pmatrix} a &amp; 1 &amp; 0 \\ b &amp; 0 &amp; 1 \end{pmatrix}</math> und berechnen damit Punktkoordinaten für Schrägbilder</li> <li>Beschreiben Streckungen, Spiegelungen und Drehungen um die Koordinatenachsen im Raum, sowie die Projektion vom Raum in die Ebene mit Matrizen</li> </ul>
<b>Leitidee: funktionaler Zusammenhang</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Beschreiben das Integral als Grenzwert von Produktsummen</li> <li>Interpretieren und bestimmen uneigentliche Integrale als Grenzwerte</li> <li>Begründen die Volumenformel für Körper, die durch Rotation von Graphen um die <math>x</math>-Achse entstehen, und wenden diese an (nur Schwerpunkt Wirtschaft)</li> <li>Geben Stammfunktionen für die Funktionen <math>f</math> mit <math>f(x) = \sin x</math> und <math>f(x) = \cos x</math> an. (nur Schwerpunkt Wirtschaft)</li> <li>Beschreiben logistisches Wachstum, auch als Verkettung und Verknüpfung von Funktionen.</li> </ul>
<b>Leitidee: Daten und Zufall</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Verwenden Simulationen zur Untersuchung stochastischer Situationen</li> <li>Unterscheiden zwischen kausaler und stochastischer Unabhängigkeit</li> <li>Verwenden Simulationen zur Untersuchung stochastischer Anwendungs- und Berufssituationen, die sich annähernd durch die Normalverteilung beschreiben lassen</li> </ul>

Darüber hinaus wird nicht erwartet, dass die Prüflinge mit berufsbezogenen Problemstellungen im Kontext der Biegelinien vertraut sind (Schwerpunkt Technik).

<sup>2</sup> Es ist zu beachten, dass die ebenfalls im Kerncurriculum aufgeführte Kompetenz „Lösen linearer Gleichungssysteme mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge“ sehr wohl in der Abiturprüfung erwartet wird.

Für das **grundlegende Anforderungsniveau** gilt:

Die folgenden sich aus den Funktionen des Sekundarbereichs I und der Einführungsphase ergebenden Funktionsklassen sind **nicht** Gegenstand der Abiturprüfung im grundlegenden Anforderungsniveau:  $\sin(x)$ ,  $\cos(x)$ ,  $\sqrt{x}$ .

<p><b>Leitidee: Raum und Form</b> (Schwerpunkt Technik)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Deuten das Skalarprodukt geometrisch als Ergebnis einer Projektion</li> </ul>
<p><b>Leitidee: funktionaler Zusammenhang</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Verwenden für <math>a \neq e</math> die Ableitungsfunktion der Exponentialfunktionen <math>g</math> mit <math>g(x) = a^x</math></li> <li>• Beschreiben und untersuchen in einfachen Fällen additive und multiplikative Verknüpfungen der e-Funktion mit ganz-rationalen Funktionen vom Grad höher als 2 und wenden diese in Sachproblemen an</li> </ul>
<p><b>Leitidee: Daten und Zufall</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Verwenden Simulationen zur Untersuchung stochastischer Situationen</li> <li>• Untersuchung der Verträglichkeit eines Parameters <math>p</math> mit einer vorliegenden Stichprobe</li> </ul>

### C. Hinweise zu den Prüfungsaufgaben

Jede Prüfungsaufgabe besteht aus Aufgaben, die sich jeweils auf eines der drei Sachgebiete Analysis, Stochastik und Analytische Geometrie/Lineare Algebra beziehen.

Bei der Formulierung der Prüfungsaufgaben werden die Operatoren entsprechend der Fassung vom 12.08.2019 verwendet. Durch diese Änderung wird eine Kompatibilität mit den bundesweit verwendeten Operatoren erreicht.

Für die **Gymnasien, Gesamtschulen, Beruflichen Gymnasien, Abendgymnasien, die Kollegs, die Freien Waldorfschulen und für die Nichtschülerprüfung** gilt:

Jede Prüfungsaufgabe besteht aus einem **Pflichtteil** und einem **Wahlteil**.

Die Aufgaben des Pflichtteils sind ohne elektronische Hilfsmittel (z. B. Taschenrechner, Software) sowie ohne Formelsammlung zu bearbeiten. Für die Bearbeitung der Aufgaben des Wahlteils gelten die Erläuterungen in D. Sonstige Hinweise.

Für das erhöhte Anforderungsniveau (eA) beträgt die gesamte Prüfungszeit 330 Minuten.

Für das grundlegende Anforderungsniveau (gA) beträgt die gesamte Prüfungszeit 285 Minuten.

Zu Prüfungsbeginn stehen den Prüflingen sowohl die Aufgaben des Pflichtteils als auch die Aufgaben des Wahlteils zur Bearbeitung zur Verfügung. Die Prüflinge entscheiden selbst über den Zeitpunkt, zu dem sie die Bearbeitung des Pflichtteils abgeben und die Hilfsmittel erhalten. Dieser Zeitpunkt muss auf erhöhtem Anforderungsniveau innerhalb der ersten 100 Minuten und auf grundlegendem Anforderungsniveau innerhalb der ersten 90 Minuten nach Prüfungsbeginn liegen.

Auf beiden Anforderungsniveaus entfallen je 25 % der erreichbaren Bewertungseinheiten auf den Pflichtteil.

Im Wahlteil gilt für die **Gymnasien, Gesamtschulen, Abendgymnasien, die Kollegs, die Freien Waldorfschulen und für die Nichtschülerprüfung**:

Den Prüflingen werden drei Blöcke von je zwei Aufgaben vorgelegt.

- Block 1 enthält zwei Aufgaben aus dem Sachgebiet Analysis,
- Block 2 enthält zwei Aufgaben aus dem Sachgebiet Stochastik und
- Block 3 enthält zwei Aufgaben aus dem Sachgebiet Analytische Geometrie/ Lineare Algebra.

Die Unterteilung der einzelnen Aufgaben in Teilaufgaben orientiert sich an der Feinstruktur der Aufgaben, wie sie in der „Aufgabensammlung für den Prüfungsteil B“ des IQB dargestellt ist.

Auf **erhöhtem Anforderungsniveau** wählt der Prüfling aus jedem der drei Blöcke jeweils eine von zwei zur Wahl stehenden Aufgaben aus.

Auf **grundlegendem Anforderungsniveau** wählt der Prüfling eine Aufgabe aus Block 1 und zwei Aufgaben aus den Blöcken 2 und 3.

Für die **Abendgymnasien, die Kollegs, die Waldorfschulen und für die Nichtschülerprüfung** besteht die Möglichkeit, sich durch eine geeignete Aufgabenauswahl hinsichtlich der Sachgebiete zu beschränken. Davon ausgenommen ist das Sachgebiet Analysis. Dies gilt auch für den Pflichtteil.

**Für die Gymnasien und Gesamtschulen gilt im Unterschied zu den Jahren 2021 und 2022: Im Pflichtteil sind auch auf grundlegendem Anforderungsniveau Aufgaben aus allen drei Sachgebieten zu bearbeiten.**

Für **Berufliche Gymnasien** gelten folgende besondere Regelungen:  
Berufliche Gymnasien mit mehreren Fachrichtungen (BG „Wirtschaft“, BG „Technik“, BG „Gesundheit und Soziales“) entscheiden zu Beginn der Einführungsphase über die Zuordnung zu einem der beiden berufsbezogenen Schwerpunkte „Wirtschaft“ oder „Technik“.

Die Aufgaben des Pflichtteils basieren auf den im Kerncurriculum ausgewiesenen Kompetenzen für den jeweiligen berufsbezogenen Schwerpunkt des Mathematikunterrichts des Beruflichen Gymnasiums. **Im Pflichtteil sind auf grundlegendem und auf erhöhtem Anforderungsniveau Aufgaben aus allen drei Sachgebieten zu bearbeiten.**

Für den Wahlteil werden den Prüflingen drei Blöcke von je zwei Aufgaben vorgelegt. Diese Aufgaben werden dabei entsprechend der Lernbereiche des Kerncurriculums mit Berufsbezug gestellt. In Abhängigkeit von dem berufsbezogenen Schwerpunkt des Mathematikunterrichts wird folgende Zuordnung der Sachgebiete für die Blöcke festgelegt:

	Berufsbezogener Schwerpunkt „Wirtschaft“	Berufsbezogener Schwerpunkt „Technik“
Block 1	Analysis	Analysis
Block 2	Stochastik	Stochastik
Block 3	<b>Lineare Algebra</b>	Analytische Geometrie

Auf **erhöhtem Anforderungsniveau** wählt der Prüfling aus jedem der drei Blöcke jeweils eine von zwei zur Wahl stehenden Aufgaben aus.

Auf **grundlegendem Anforderungsniveau** wählt der Prüfling eine Aufgabe aus Block 1 und zwei Aufgaben aus den Blöcken 2 und 3.

### Hinweise zur Rechnertechnologie für alle Schulformen

Für die schriftliche Abiturprüfung werden im Wahlteil unterschiedliche Prüfungsaufgaben vorgelegt, die sich durch die Art der verwendeten Rechnertechnologie unterscheiden. Dabei werden die folgenden zwei Technologiekategorien berücksichtigt:

- grafikfähiger Taschenrechner ohne CAS (**GTR**)
- computeralgebrafähiger Taschencomputer, Computeralgebrasystem auf einem Tablet, PC oder Notebook (**CAS**).

Einzelne Teile und Aufgabenstellungen der Prüfungsaufgaben können sich bzgl. der zu erwartenden Lösungsstrategie, der Lösungswege und der Lösungsvielfalt in Abhängigkeit von der jeweilig zu benutzenden Rechnertechnologie unterscheiden. Bei der vorgegebenen Bewertung wird die verwendete Rechnertechnologie berücksichtigt.

Unabhängig von der verwendeten Technologieform sollen die Prüflinge auch über rechnerunabhängige Grundkompetenzen verfügen.

## **D. Sonstige Hinweise**

### **Hilfsmittel**

- Formelsammlung

Im Wahlteil der Abiturprüfung ist eine gedruckte Formelsammlung der Schulbuchverlage gemäß der „Informationen zur Nutzung von Formelsammlungen im Zentralabitur im Fach Mathematik und in den naturwissenschaftlichen Fächern“ zugelassen. Die von der Schule gewählte Formelsammlung muss allen Prüflingen zur Verfügung stehen und im Unterricht eingesetzt worden sein.

- Digitale Mathematikwerkzeuge

Im Wahlteil der Abiturprüfung sollen die Prüflinge die ihnen bekannte und vom Unterricht vertraute Rechner-Technologie einsetzen. Sie sollen in der Prüfung u. a. den sinnvollen Gebrauch der ihnen vertrauten Rechner-Technologie nachweisen. Dabei ist auch ein Handbuch für den Taschenrechner als Hilfsmittel zugelassen.

Die Schule muss zu Beginn der Einführungsphase festlegen, welche der oben beschriebenen zwei Technologie-kategorien in der Abiturprüfung in den jeweiligen Prüfungsgruppen angewendet werden soll. Durch diese Entscheidung wird eine Aufgabenklasse für die Prüfungsgruppe festgelegt, die nicht mehr verändert werden kann.

Für den Technologieeinsatz in den Prüfungen gilt:

- Alle Prüflinge einer Prüfungsgruppe verwenden nach Möglichkeit dasselbe Rechnermodell mit demselben Betriebssystem. In jedem Fall ist sicherzustellen, dass die in einer Prüfungsgruppe verwendeten Hilfsmittel als vergleichbar eingestuft werden können.
- Alle Taschenrechner einer Prüfungsgruppe sind mittels eines Hard- bzw. Software-Resets vor der Prüfung in einen vergleichbaren Zustand zu versetzen. Eigene Programme und Dateien sind auf dem Taschenrechner nicht zulässig.
- Für eine hinreichende Anzahl von Ersatzrechnern ist zu sorgen.
- Bei den Computeralgebrasystemen sind keine Ergänzungsprogrammpakete zulässig; beispielsweise ist die Verwendung des Moduls „3D Grafik“ von GeoGebra nicht zulässig. Auf digitalen Endgeräten sind neben einem CAS die Standard-Officeprogramme und der zum Betriebssystem gehörende Taschenrechner, aber keine weiteren mathematischen Programme und keine weiteren Dateien zulässig.
- Bei der Verwendung digitaler Endgeräte ist der RdErl. „Nutzung eingeführter digitaler Endgerät in Prüfungssituationen“ zu beachten (vgl. <https://pruefung-digital.nibis.de/>).
- Die textliche Dokumentation der Problemlösung muss in der Reinschrift so angelegt sein, dass der Gedankengang der Problemlösung vollständig nachvollziehbar ist; die Dokumentation ist integraler Bestandteil der Problemlösung und geht in die Bewertung der Prüfungsleistung ein.
- Bei der Übertragung von Graphen von Rechnern in die Dokumentation sind die Skalierungen der Achsen geeignet zu dokumentieren; die Terme der dargestellten Funktionen sind anzugeben, die Zuordnung Term – Graph muss eindeutig und nachvollziehbar sein.
- Die verwendete Technologie muss in den Prüfungsakten (mit Angabe des verwendeten Computeralgebrasystems bzw. Taschenrechner-Modells) von dem Prüfer vermerkt werden.