14. Mathematik – Hinweise zur schriftlichen Abiturprüfung 2024 an allgemein bildenden Schulen

A. Allgemeine fachbezogene Hinweise

Grundlage für die schriftliche Abiturprüfung 2024 in Niedersachsen sind die Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife (BS, 2012) und das Kerncurriculum Mathematik für das Gymnasium – gymnasiale Oberstufe, die Gesamtschule – gymnasiale Oberstufe, das Berufliche Gymnasium, das Abendgymnasium und das Kolleg (KC, 2018).
Die im Sekundarbereich I und in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen sind unverzichtbare Grundlage für die Arbeit im Sekundarbereich II. Sie werden dort beständig vertieft und erweitert und können damit auch Gegenstand der Abiturprüfung sein.

Beim Nachweis der fachlichen Kompetenzen kommt den Inhalten aus den drei Sachgebieten
- Analysis,
- Stochastik,
- Analytische Geometrie

besondere Bedeutung zu.

Aufgrund von Vereinbarungen der Länder im Zusammenhang mit der Entwicklung der gemeinsamen Abituraufgabenpools ergeben sich in Niedersachsen ab der Abiturprüfung im Jahr 2024 einige Änderungen.

Durch die pandemiebedingten Priorisierungen im Sekundarbereich I ist zu Beginn des Sekundarbereichs II mit Lernrückständen zu rechnen. Bei Bedarf kann der Erwerb einzelner Kompetenzen von der Einführungsphase in die Qualifikationsphase verschoben werden.

B. Spezielle fachbezogene Hinweise

Die Prüfungsaufgaben der Prüfungsteile A und B beziehen sich auf die im Kerncurriculum und in den Bildungsstandards festgelegten inhaltsbezogenen Kompetenzen. Für Gymnasien, Gesamtschulen, Abendgymnasien, die Kollegs, die Freien Waldorfschulen und die Nichtschülerprüfung werden die inhaltsbezogenen Kompetenzen des Kerncurriculums in den Abschnitten 3.2.1 und 3.2.2.1 vorausgesetzt.

Hinweise zu den Leitideen

Aufgrund von Vereinbarungen der Länder im Zusammenhang mit der Entwicklung der gemeinsamen Abituraufgabenpools werden in Niedersachsen ab der Abiturprüfung im Jahr 2024 einige inhaltsbezogenen Kompetenzen zusätzlich vorausgesetzt. Andere inhaltsbezogene Kompetenzen sind dagegen in der Abiturprüfung im Jahr 2024 nicht prüfungsrelevant.
Alle von den Ländern eingesetzten Aufgaben der Pools der letzten Jahre sind auf den Seiten des IQB veröffentlicht worden (iqb.hu-berlin.de/abitur/).
In diesem Sinne und nicht im Sinne einer Schwerpunktsetzung für die Abiturprüfung im Jahr 2024 sind die folgenden Ausführungen zu einzelnen Kompetenzen zu verstehen.

Leitidee: Funktionaler Zusammenhang

Wenn in diesem Dokument von einfachen Funktionen die Rede ist, dann sind Funktionen gemeint, deren jeweiliger Graph aus dem Graphen zu $x \mapsto \ln x$ bzw. $x \mapsto \sqrt{x}$ durch Verschiebung und Streckung in Richtung der Koordinatenachsen sowie Spiegelung an den Koordinatenachsen hervorgeht.

Die sich aus den Funktionen des Sekundarbereichs I und der Einführungsphase ergebenden Funktionstypen sind Gegenstand der Qualifikationsphase und können damit auch Gegenstand der Abiturprüfung sein. Dies gilt insbesondere für die Sinusfunktion. Für die Bearbeitungen der Aufgaben des Prüfungsteils B werden aber weiterhin natürliche Exponentialfunktionen und ganzrationale Funktionen im Vordergrund stehen.

Es werden für die Abiturprüfung 2024 **(eA)** **auch** folgende inhaltsbezogene Kompetenzen erwartet:
grundlegende Kenntnisse und Kompetenzen zu Umkehrfunktionen.
Das beinhaltet insbesondere, dass die Prüflinge

- wissen, dass die Definitionsmenge einer Funktion die Wertemenge der zugehörigen Umkehrfunktion ist und umgekehrt
- den Zusammenhang zwischen dem Graphen einer Funktion und der zugehörigen Umkehrfunktion kennen
- zu einer gegebenen Funktion den Term der zugehörigen Umkehrfunktion ermitteln, sofern dies die Kompetenzen zulassen, die bis zur Abiturprüfung zu erwerben sind.
- einfache Wurzelfunktionen und einfache natürliche Logarithmusfunktionen als Umkehrfunktionen interpretieren und nutzen

Nicht erwartet werden für die Abiturprüfung 2024 folgende inhaltsbezogene Kompetenzen:

- **eA & gA:** Verwenden für $a \neq \mathrm{e}$ die Ableitungsfunktion der Exponentialfunktion g mit $g(x) = a^x$
- **eA:** Interpretieren und bestimmen uneigentliche Integrale als Grenzwerte

Leitidee: Algorithmus und Zahl

Es werden für die Abiturprüfung 2024 **(eA)** **auch** folgende inhaltsbezogene Kompetenzen erwartet:

- Ermitteln zu einer linearen, quadratischen und einer Exponentialfunktion mit der Basis e den Term der zugehörigen Umkehrfunktion auch hilfsmittelfrei

Leitidee: Daten und Zufall

Es werden für die Abiturprüfung 2024 (**eA & gA**) **auch** folgende inhaltsbezogene Kompetenzen erwartet:

- Ordnen und zählen Möglichkeiten, bestimmen Wahrscheinlichkeiten mithilfe systematischen Zählens, beim Ziehen mit Zurücklegen nur bei Beachtung der Reihenfolge
- Wenden Binomialkoeffizienten situationsbezogen an, auch zur Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten beim Ziehen ohne Zurücklegen aus einer Menge, die aus Teilmengen mit jeweils nicht unterscheidbaren Elementen besteht

Beispiele zu diesen Aspekten aus bisherigen Aufgaben des Aufgabenpools der Länder:
2020_M_erhoeht_A_Stochastik_2_2
2019_M_erhoeht_B_Stochastik_CAS_2, 1a/b
2020_M_erhoeht_B_Stochastik_CAS_1, 1a
2019_M_grundlegend_A_Stochastik_1_1
2020_M_grundlegend_A_Stochastik_1_1
2020_M_grundlegend_B_Stochastik_CAS_2, 2b

Leitidee: Räumliches Strukturieren/Koordinatisieren

Nicht erwartet werden für die Abiturprüfung 2024 (**eA**) folgende inhaltsbezogene Kompetenzen:

- Beschreiben die Projektion vom Raum in die Ebene mit Matrizen etwa der Form $\begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ b & 0 & 1 \end{pmatrix}$ und berechnen damit Punktkoordinaten für Schrägbilder

Leitidee: Messen

Nicht erwartet werden für die Abiturprüfung 2024 (**eA**) folgende inhaltsbezogene Kompetenzen:

- Bestimmen uneigentliche Integrale als Grenzwert sowohl von Beständen als auch von Flächeninhalten[1]

[1] Es ist zu beachten, dass eine Untersuchung von Integralen bei variabler oberer Grenze bei entsprechend geführter Aufgabenstellung im Sinne einer Parametervariation Teil der Abiturprüfung sein können.

C. Hinweise zu den Prüfungsaufgaben

Bei der Formulierung der Prüfungsaufgaben werden die Operatoren entsprechend der Fassung vom 12.08.2019 verwendet.

Das Dokument „Hinweise zu mathematischen Schreibweisen und Symbolen“ beschreibt fachsprachliche Vereinbarungen, die in den Prüfungen vorausgesetzt werden.

Die schriftliche Abiturprüfung besteht aus den Prüfungsteilen A und B.
Die Aufgaben des Prüfungsteils A sind ohne digitale Mathematikwerkzeuge (z. B. Taschenrechner, Software) sowie ohne Formelsammlung zu bearbeiten. Für die Bearbeitung der Aufgaben des Prüfungsteils B gelten die Erläuterungen in D. Sonstige Hinweise.

Für das erhöhte Anforderungsniveau beträgt die gesamte Prüfungszeit 330 Minuten.
Für das grundlegende Anforderungsniveau beträgt die gesamte Prüfungszeit 285 Minuten.

Zu Prüfungsbeginn stehen den Prüflingen sowohl die Aufgaben zum Prüfungsteil A als auch die zum Prüfungsteil B zur Bearbeitung zur Verfügung. Die Prüflinge entscheiden selbst über den Zeitpunkt, zu dem sie die Bearbeitung zum Prüfungsteil A abgeben und die Hilfsmittel erhalten. Dieser Zeitpunkt muss auf erhöhtem Anforderungsniveau innerhalb der ersten 100 Minuten und auf grundlegendem Anforderungsniveau innerhalb der ersten 90 Minuten nach Prüfungsbeginn liegen.

Bei den Aufgaben des Prüfungsteils A werden zwei Aufgabengruppen unterschieden. Die Aufgaben der Aufgabengruppe 1 sind den Anforderungsbereichen I und II zuzuordnen, während die Aufgaben der Aufgabengruppe 2 zumindest in einer Teilaufgabe den Anforderungsbereich III erreichen. Bei jeder dieser Aufgaben können fünf Bewertungseinheiten (BE) erreicht werden.

Im **Prüfungsteil A auf erhöhtem Anforderungsniveau** sind insgesamt 6 Aufgaben zu bearbeiten. Den Prüflingen werden zwei Aufgaben zum Sachgebiet Analysis, eine Aufgabe zur Stochastik und eine Aufgabe zur Analytischen Geometrie aus der Aufgabengruppe 1 vorgelegt.
Außerdem werden den Prüflingen zu jedem der drei Sachgebiete zwei Aufgaben der Aufgabengruppe 2 zur Auswahl gestellt. Von diesen sechs Aufgaben müssen zwei beliebige bearbeitet werden.

Im **Prüfungsteil A auf grundlegendem Anforderungsniveau** sind insgesamt 5 Aufgaben zu bearbeiten. Aus der Aufgabengruppe 1 wird den Prüflingen eine Aufgabe aus jedem der Sachgebiete Analysis, Stochastik und Analytische Geometrie vorgelegt.
Außerdem werden den Prüflingen zu jedem der drei Sachgebiete eine Aufgabe der Aufgabengruppe 1 und eine Aufgabe der Aufgabengruppe 2 zur Auswahl gestellt; zu jeder der beiden Aufgabengruppen muss von den drei Aufgaben eine beliebige bearbeitet werden.

Im **Prüfungsteil B** werden den Prüflingen in jedem der drei Sachgebiete zwei Aufgaben zur Auswahl gestellt. Die Prüflinge wählen in jedem Sachgebiet eine der beiden Aufgaben zur Bearbeitung aus.

Die im Prüfungsteil B insgesamt zu erreichenden Bewertungseinheiten verteilen sich folgendermaßen auf die Sachgebiete:

	Analysis	Stochastik	Analytische Geometrie
erhöhtes Anforderungsniveau (eA)	40	25	25
grundlegendes Anforderungsniveau (gA)	35	20	20

Für die **Abendgymnasien, die Kollegs, die Waldorfschulen und für die Nichtschülerprüfung** besteht in den Prüfungsteilen A und B die Möglichkeit, sich durch eine geeignete Aufgabenauswahl hinsichtlich der Sachgebiete zu beschränken. Davon ausgenommen ist das Sachgebiet Analysis.

Zu den Anteilen der verschiedenen Anforderungsbereiche finden sich Informationen im Abschnitt 3.1.1 der Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife vom 18.12.2012. Dort heißt es beispielsweise: „Eine Bewertung mit „gut“ (11 Punkte) setzt voraus, dass annähernd vier Fünftel der Gesamtleistung erbracht worden sind, wobei Leistungen in allen drei Anforderungsbereichen erbracht worden sein müssen. Eine Bewertung mit „ausreichend“ (05 Punkte) setzt voraus, dass über den Anforderungsbereich I hinaus auch Leistungen in einem weiteren Anforderungsbereich und annähernd die Hälfte der erwarteten Gesamtleistung erbracht worden sind.“
Aus den veröffentlichten Aufgaben des Pools ergeben sich in etwa folgende Anteile der Bewertungseinheiten für die einzelnen Anforderungsbereiche (AFB):

	AFB I	AFB II	AFB III
erhöhtes Anforderungsniveau (eA)	etwa 25%	etwa 45%	etwa 30%
grundlegendes Anforderungsniveau (gA)	etwa 30%	etwa 45%	etwa 25%

Für jede Teilaufgabe wird ein Anforderungsbereich ausgewiesen. Bezieht sich die Teilaufgabe auf Kompetenzen mit unterschiedlichen Anforderungsbereichen, so wird sie insgesamt dem höchsten Anforderungsbereich zugeordnet.

D. Sonstige Hinweise

Hilfsmittel

- Formelsammlung (aktualisiert im August 2023)

  Anstelle unterschiedlicher gedruckter Formelsammlungen verwenden alle Prüflinge nur die auf den Seiten des IQB veröffentlichte „Mathematisch-naturwissenschaftliche Formelsammlung“ in der Abiturprüfung als Hilfsmittel (vgl. https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/abitur/dokumente/mathematik/). Der mathematische Teil dieser Formelsammlung muss allen Prüflingen zur Verfügung stehen und im Unterricht eingesetzt worden sein. Er wurde auf den Seiten des IQB zunächst unter dem Namen „Dokument mit mathematischen Formeln“ veröffentlicht.

- Digitale Mathematikwerkzeuge

  Für den Prüfungsteil B der schriftlichen Abiturprüfung werden für die folgenden beiden Rechnertechnologien unterschiedliche Prüfungsaufgaben erstellt:
  - GTR: grafikfähiger Taschenrechner ohne CAS
  - CAS: computeralgebrafähiger Taschencomputer,
    Computeralgebrasystem auf einem Tablet, PC oder Notebook

  Im Prüfungsteil B der Abiturprüfung sollen die Prüflinge die ihnen bekannte und vom Unterricht vertraute Rechnertechnologie einsetzen. Sie sollen in der Prüfung u. a. den sinnvollen Gebrauch der ihnen vertrauten Rechnertechnologie nachweisen. Dabei sind Handbücher gemäß der „Informationen zum Einsatz des Taschenrechners in Niedersachen“ und der Information „Taschenrechner im Zentralabitur Mathematik“ zugelassen. Die Schule muss zu Beginn der Einführungsphase festlegen, welche der oben beschriebenen zwei Technologiekategorien in der Abiturprüfung in den jeweiligen Prüfungsgruppen angewendet werden soll. Durch diese Entscheidung wird eine Aufgabenklasse für die Prüfungsgruppe festgelegt, die nicht mehr verändert werden kann.

Für den Technologieeinsatz in den Prüfungen gilt:

- Alle Prüflinge einer Prüfungsgruppe verwenden nach Möglichkeit dasselbe Rechnermodell mit demselben Betriebssystem. In jedem Fall ist sicherzustellen, dass die in einer Prüfungsgruppe verwendeten Hilfsmittel als vergleichbar eingestuft werden können.
- Alle Taschenrechner einer Prüfungsgruppe sind mittels eines Hard- bzw. Software-Resets vor der Prüfung in einen vergleichbaren Zustand zu versetzen. Eigene Programme und Dateien sind auf dem Taschenrechner nicht zulässig.
- Für eine hinreichende Anzahl von Ersatzrechnern ist zu sorgen.
- Bei den Computeralgebrasystemen sind keine Ergänzungsprogrammpakete zulässig; beispielsweise ist die Verwendung des Moduls „3D Grafik“ von GeoGebra nicht zulässig. Auf digitalen Endgeräten sind neben einem CAS die Standard-Officeprogramme und der zum Betriebssystem gehörende Taschenrechner, aber keine weiteren mathematischen Programme und keine weiteren Dateien zulässig.
- Bei der Verwendung digitaler Endgeräte ist der RdErl. „Nutzung eingeführter digitaler Endgerät in Prüfungssituationen“ zu beachten (vgl. https://pruefung-digital.nibis.de/).
- Die textliche Dokumentation der Problemlösung muss in der Reinschrift so angelegt sein, dass der Gedankengang der Problemlösung vollständig nachvollziehbar ist; die Dokumentation ist integraler Bestandteil der Problemlösung und geht in die Bewertung der Prüfungsleistung ein.
- Bei der Übertragung von Graphen von Rechnern in die Dokumentation sind die Skalierungen der Achsen geeignet zu dokumentieren; die Terme der dargestellten Funktionen sind anzugeben, die Zuordnung Term – Graph muss eindeutig und nachvollziehbar sein.
- Die verwendete Technologie muss in den Prüfungsakten (mit Angabe des verwendeten Computeralgebrasystems bzw. Taschenrechner-Modells) von dem Prüfer vermerkt werden.